Практическое занятие №2.5. Преобразование регулярных грамматик и регулярных выражений в конечные автоматы.

Д.Ю. Чалый

17 сентября 2012 г.

1 Преобразование КС-грамматики в конечный автомат

Алгоритм 1 (Построение НКА по регулярной грамматике). ***Вход:*** *регулярная грамматика* $G = (N, T, P, S)$
Выход: *НКА* $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, q_f)$, *распознающий язык* $L(G)$

1. $\Sigma = T$, $Q = N \cup \{q_f\}$, $q_0 = S$.
2. Для каждой продукции вида $A \to aB$, где $A, B \in N, \quad a \in T$, включаем B в подмножество состояний, возвращаемое $\delta(A, a)$.
3. Для каждой продукции вида $A \to a$, где $A \in N, \quad a \in T$, включаем q_f в $\delta(A, a)$.

2 Задача 1

Преобразовать следующую грамматику в конечный автомат:

$$
\begin{array}{rcl}
S & \to & aA \mid aB \\
A & \to & cB \mid bC \\
B & \to & cA \mid cC \\
C & \to & a
\end{array}
$$

3 Преобразование НКА в ДКА

Алгоритм 2 (Построение ДКА, эквивалентного заданному НКА). ***Вход:*** *НКА* $N = (Q_N, \Sigma, \delta_N, q_0, F_N)$
Выход: *ДКА* $D = (Q_D, \Sigma, \delta_D, \{q_0\}, F_D)$, *распознающий язык* $L(N)$

1. $Q_D = 2^{Q_N}$. Если Q_N содержит n состояний, то Q_D будет содержать 2^n состояний.

2. $F_D = \{S \in Q_D \mid S \cap F_N \neq \varnothing\}$ — те состояния автомата D, которые как множества содержат хотя бы одно допускающее состояние автомата N.

3. Для каждого $S \subseteq Q_N$ и входного символа $a \in \Sigma$

$$\delta_D(S, a) = \bigcup_{p \in S} \delta_N(p, a)$$

4 Задача 2

Делаем этот автомат детерминированным.

5 Минимизация ДКА

Алгоритм 3 (Минимизация числа состояний ДКА). ***Вход:*** *ДКА* $D = (Q_D, \Sigma, \delta_D, q_D, F_D)$
Выход: *ДКА* $M = (Q_M, \Sigma, \delta_M, q_M, F_M)$*, распознающий язык* $L(D)$ *и имеющий наименьшее возможное количество состояний*

1. Построить начальное разбиение Π для множества состояний автомата D: заключительные состояния F_D и незаключительные состояния $Q_D \setminus F_D$;

2. Применить следующую процедуру для построения нового разбиения Π_{new}:

   (a) Для каждой группы состояний $G \in \Pi$ проделать следующие операции.

   (b) Разделить группу G на подгруппы таким образом, что два состояния s и t находятся в одной подгруппе, когда для всех входных символов a состояния s и t имеют переходы по a в состояния одной и той же группы в Π.

   (c) Заменить элемент $G \in \Pi$ множеством созданных подгрупп.

3. Если $\Pi_{new} = \Pi$, то $\Pi_{final} = \Pi$, и перейти к шагу 4. В противном случае повторить шаг 2 с $\Pi = \Pi_{new}$.

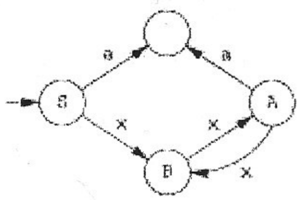
4. Выбрать одно состояние в каждой группе разбиения Π_{final} в качестве представителя этой группы. Представители образуют множество состояний автомата M — Q_M.

5. Определим теперь множество переходов автомата M. Пусть $s \in Q_M$ и $\delta_D(s, a) = t$ и r является представителем группы, куда входит t. Тогда $\delta_M(s, a) = r$.

6. Стартовым состоянием автомата M будет то состояние, которое является представителем группы, куда входит состояние q_D.

7. Заключительными состояниями F_D будут состояния, являющиеся представителями групп, куда входят состояния из F_D.

8. Если автомат M имеет недостижимые или тупиковые состояния, удалим их.



6 Пример 1

Преобразовать следующую грамматику в конечный автомат:

$$\begin{array}{rcl} Const & \to & Int.Int \mid .Int \mid Int. \mid 1.Int\, e\, Int \\ Int & \to & Digit \mid Digit Int \\ Digit & \to & 0 \mid \ldots \mid 9 \end{array}$$

7 Преобразование регулярного выражения в конечный автомат

Преобразовать следующее регулярное выражение в конечный автомат:

$$[0 \quad 9]^*.E(+| \quad)[0 \quad 9]^*$$